

Zahlenrätsel und Gleichungen

„Denke dir eine Zahl aus. Addiere 2 hinzu. Multipliziere das Ergebnis mit 2. Subtrahiere 10. Dividiere das Ergebnis durch 2. Subtrahiere deine gedachte Zahl. Addiere 3. Dein Ergebnis ist Null!“

Um zu sehen, warum das Ergebnis dieser Rechenaufgabe immer Null ist, stellt man sich einen Term auf, der die Rechnung wiedergibt:

Denke dir eine Zahl :	x	(es kann <u>irgendeine beliebige</u> Zahl sein)
Addiere 2 :	x + 2	
Multipliziere mit 2 :	(x + 2) · 2	
Subtrahiere 10 :	(x + 2) · 2 – 10	
Dividiere durch 2 :	[(x + 2) · 2 – 10] : 2	
Subtrahiere Zahl :	[(x + 2) · 2 – 10] : 2 – x	
Addiere 3 :	[(x + 2) · 2 – 10] : 2 – x + 3	

Dieser Term soll nun offenbar immer Null ergeben.

Wir fassen den Term zusammen:

Dazu rechnen wir von innen nach außen und lösen die Klammern auf.

$$\begin{aligned} & [(x + 2) \cdot 2 - 10] : 2 - x + 3 \\ = & [2x + 4 - 10] : 2 - x + 3 \\ = & [2x - 6] : 2 - x + 3 \\ = & x - 3 - x + 3 \\ = & x - x - 3 + 3 \\ = & \underline{0} \end{aligned}$$

Der Term liefert als Ergebnis somit immer Null, egal welche konkrete Zahl wir für x einsetzen!

Es gibt allerdings auch Terme, bei denen das Ergebnis anders aussieht, je nachdem welche Zahl man für x einsetzt:

Bsp.: $2x + 3$ Der Term liefert für $x = 1$ das Ergebnis 5, für $x = -10$ allerdings -17 !

Bei dem obigen Rätsel spielt die eingesetzte Zahl keine Rolle, da man gegen Ende die Zahl subtrahieren soll. Damit fällt die Variable x aus der Gleichung raus ($x - x$) und ist für das Ergebnis nicht mehr wichtig!

Bei den meisten Termen spielt die Variable jedoch eine Rolle.

„Welche Zahl muss man für x einsetzen, damit der Term $2(3+x) - 10 - x$ das Ergebnis 5 liefert?“

Mathematisch soll also gelten: $2(3+x) - 10 - x = 5$

Dies ist nun kein einzelner Term mehr, sondern eine **Gleichung**!

Um in etwa ein Vorstellung von der gesuchten Zahl zu erhalten, sollte man den Term auf der linken Seite soweit wie möglich vereinfachen.

$$\begin{aligned} 2(3+x) - 10 - x &= 5 \\ 6 + 2x - 10 - x &= 5 \\ -4 + x &= 5 \end{aligned}$$

Es kommen hier keine Gleichzeichen an den Anfang!!! Man sollte aber darauf achten, dass die Gleichzeichen untereinander stehen.

Nun kann man sich leicht vorstellen, dass man in der Gleichung für x die Zahl 9 einsetzen muss, denn $-4 + 9 = 5$. Man sagt: *Die Lösung für x ist 9*; oder umgangssprachlich: *Mit $x = 9$ geht die Gleichung auf.*

Eine Gleichung wie $-4 + x = 5$ kann man also auch leicht im Kopf lösen.

Schwieriger wird aber z.B. hier: $11x + 6 = 9 + 8x$

Es gibt hier nur eine ganz bestimmte Zahl, die man für x einsetzen kann, damit links und rechts die gleiche Zahl herauskommt, die Lösung also *aufgeht*.

(Denke daran, dass das x auf der linken Seite für die selbe Zahl steht wie das x auf der rechten Seite. Angenommen wir würden links für x die Zahl 5 einsetzen, dann müssten wir auch rechts 5 einsetzen !!!)

Die Frage ist nun, wie man diese ganz bestimmte Zahl herausbekommt.

Um das Prinzip des Lösen von Gleichungen zu verstehen, kann man sich vereinfacht eine Waage vorstellen. Die linke Waagenhälfte steht für den linken Term, die rechte Hälfte für den rechten Term. Das Gleichzeichen sagt nun aus, dass die Waage ausbalanciert ist. Wenn wir nun die Gleichung umformen wollen, muss die Waage dabei aber immer im Gleichgewicht bleiben!!!

