Bogenmaß und Gesetzmäßigkeiten

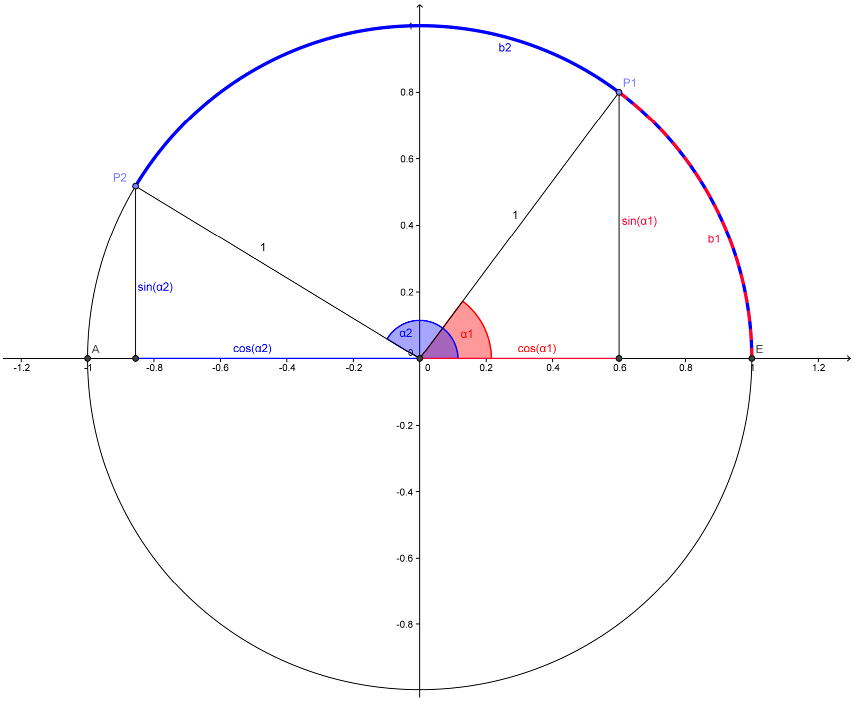
a) Das Bogenmaß

Man kann, wenn man sich den Einheitskreis ansieht, leicht erkennen, dass zu einem Winkel α im Bereich zwischen 0° und 360° immer ein ganz bestimmter Kreisbogen gehört. Die Umrechnung kann über die Kreisumfangsformel u = 2πr und den Dreisatz erfolgen:

ganzer Umfang: 2πr ≙ 360°

⇒ da r = 1, gilt: **2π ≙ 360°**

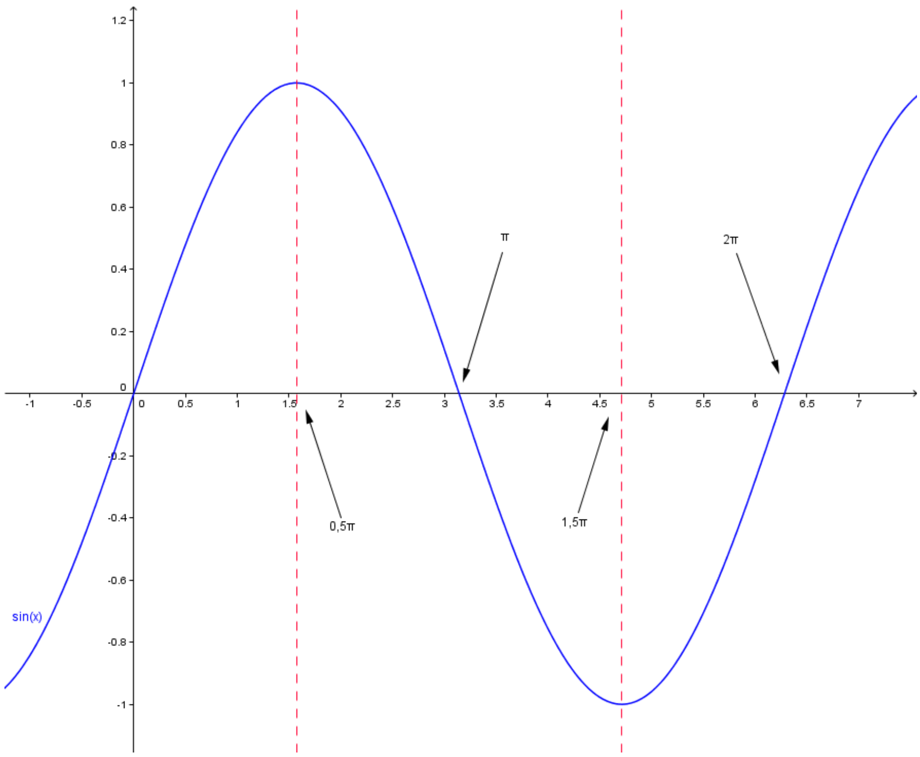
2π (≈6,28) ist das **Bogenmaß** zum Winkel 360°.



Das Bogenmaß b zu einem beliebigen Winkel α ergibt sich dann gemäß: $b = \frac{2\pi \cdot \alpha}{360°}$

Winkel	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Bogenmaß	$0{,}25\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$0{,}5\pi$	π	$1{,}5\pi$	2π

Somit kann man bei einer Sinusfunktion die Gradeinteilung der x-Achse durch eine Einteilung mit Hilfe des Bogenmaßes ersetzen:



Wichtig:

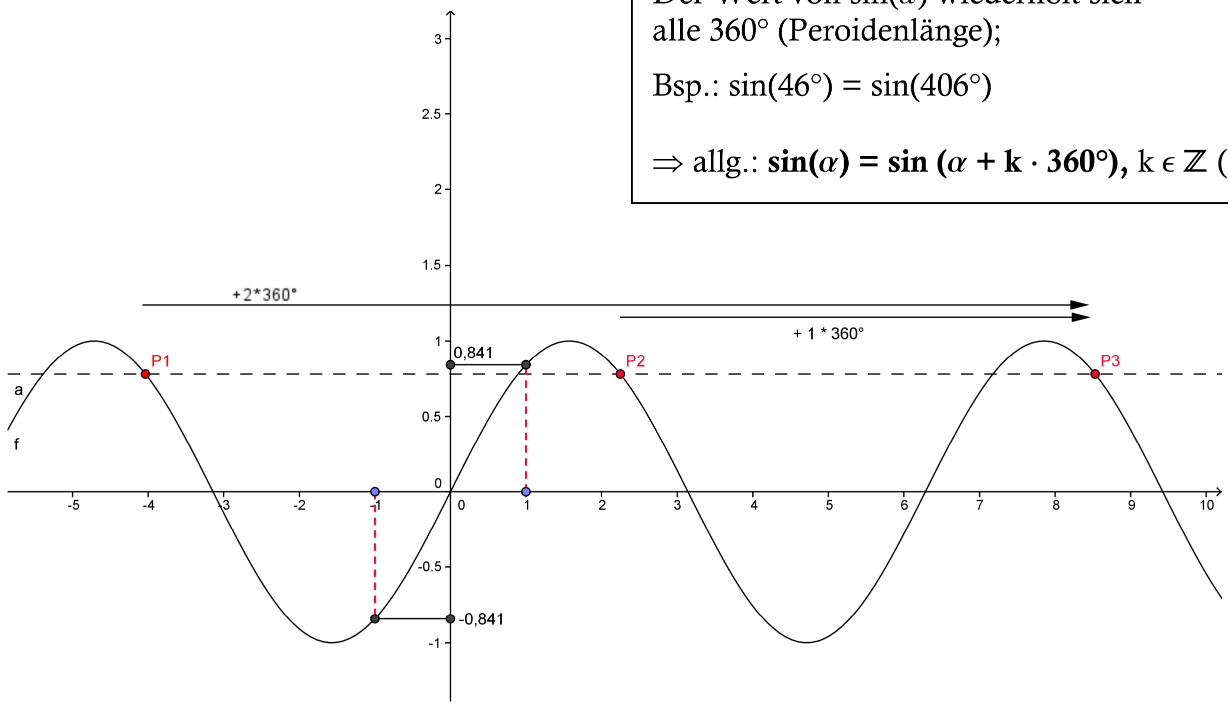
Will man mit dem Sinus im Bogenmaß rechnen, so muss der Taschenrechner auf RAD eingestellt werden („DRG“-Taste). Rechnet man mit Winkeln, so muss der Rechner auf DEG stehen.

b) <u>Wiederkehrende Werte bei der Sinusfunktion</u>

Der Wert von sin(α) wiederholt sich alle 360° (Peroidenlänge);

Bsp.: sin(46°) = sin(406°)

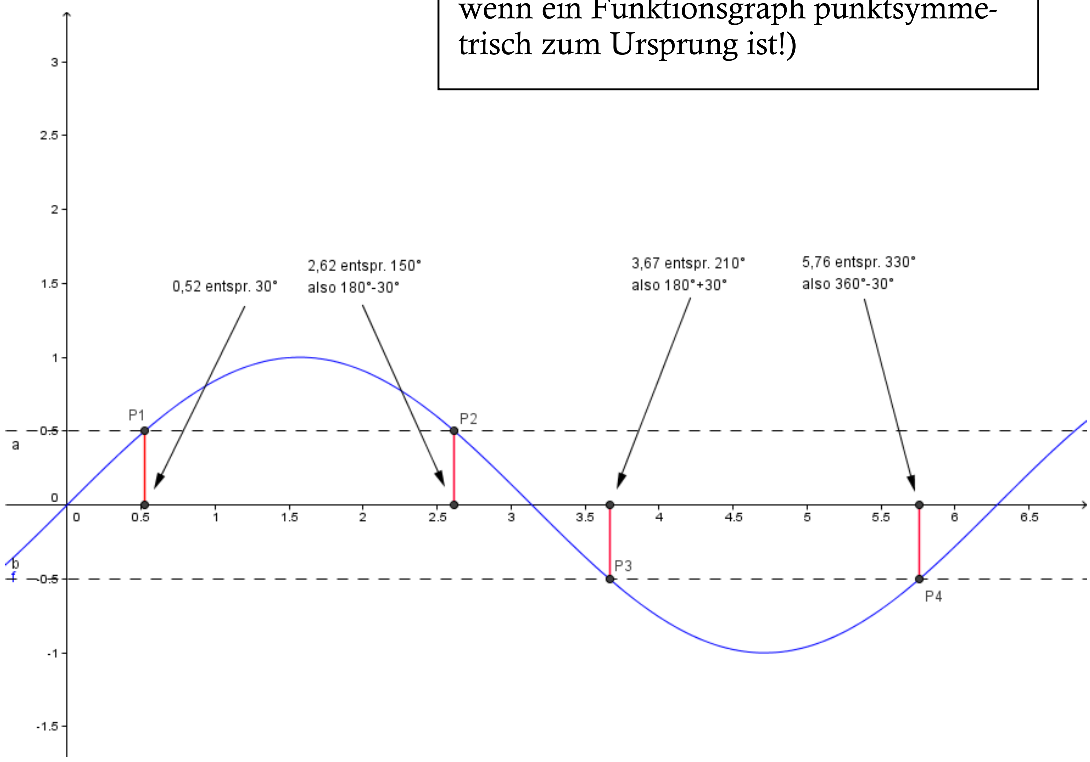
⇒ allg.: **sin(α) = sin (α + k · 360°),** k ϵ ℤ (!)



Vergleicht man die Werte von sin(α) und sin(-α), so unterscheiden sie sich nur im Vorzeichen.

⇒ **-sin(α) = sin(-α)**

(Eine solche Gesetzmäßigkeit gilt immer, wenn ein Funktionsgraph punktsymmetrisch zum Ursprung ist!)



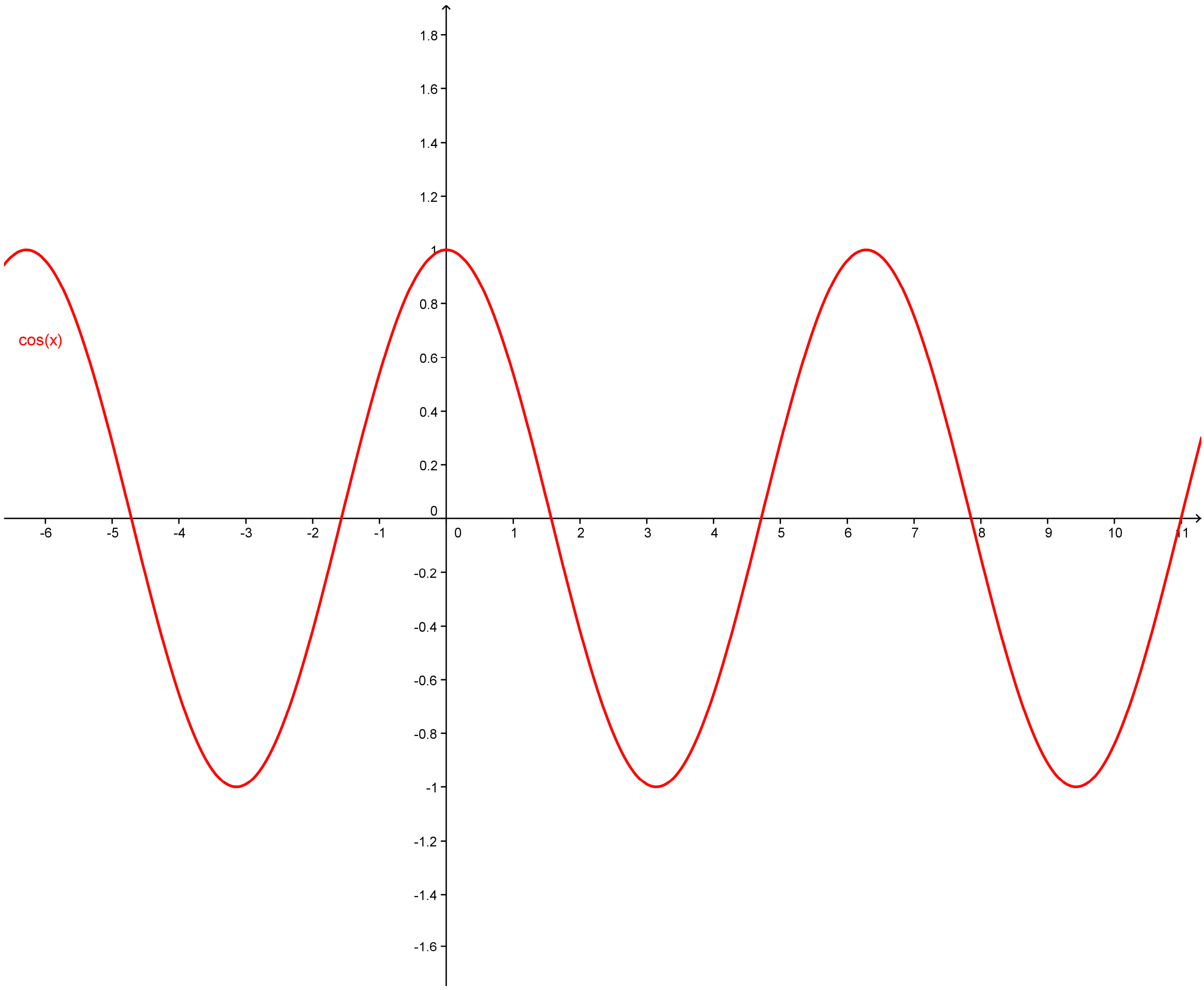
Offensichtlich gelten auch die folgenden Beziehungen:

sin(α) = sin(180°- α)

sin(α) = -sin(180°+ α)

sin(α) = -sin(360°- α)

Aufgabe: Suche die entsprechenden wiederkehrenden Werte bei der Kosinus-Funktion



<u>Ergebnis:</u> ______________________ ______________________

______________________ ______________________

____

Aufgabe: *Führe die jeweiligen Sinuswerte mit Hilfe der Gesetzmäßigkeiten auf einen Winkel zwischen 0° und 90° zurück. (Beispiel s. S.175 3b; S. 177 Info (1))*

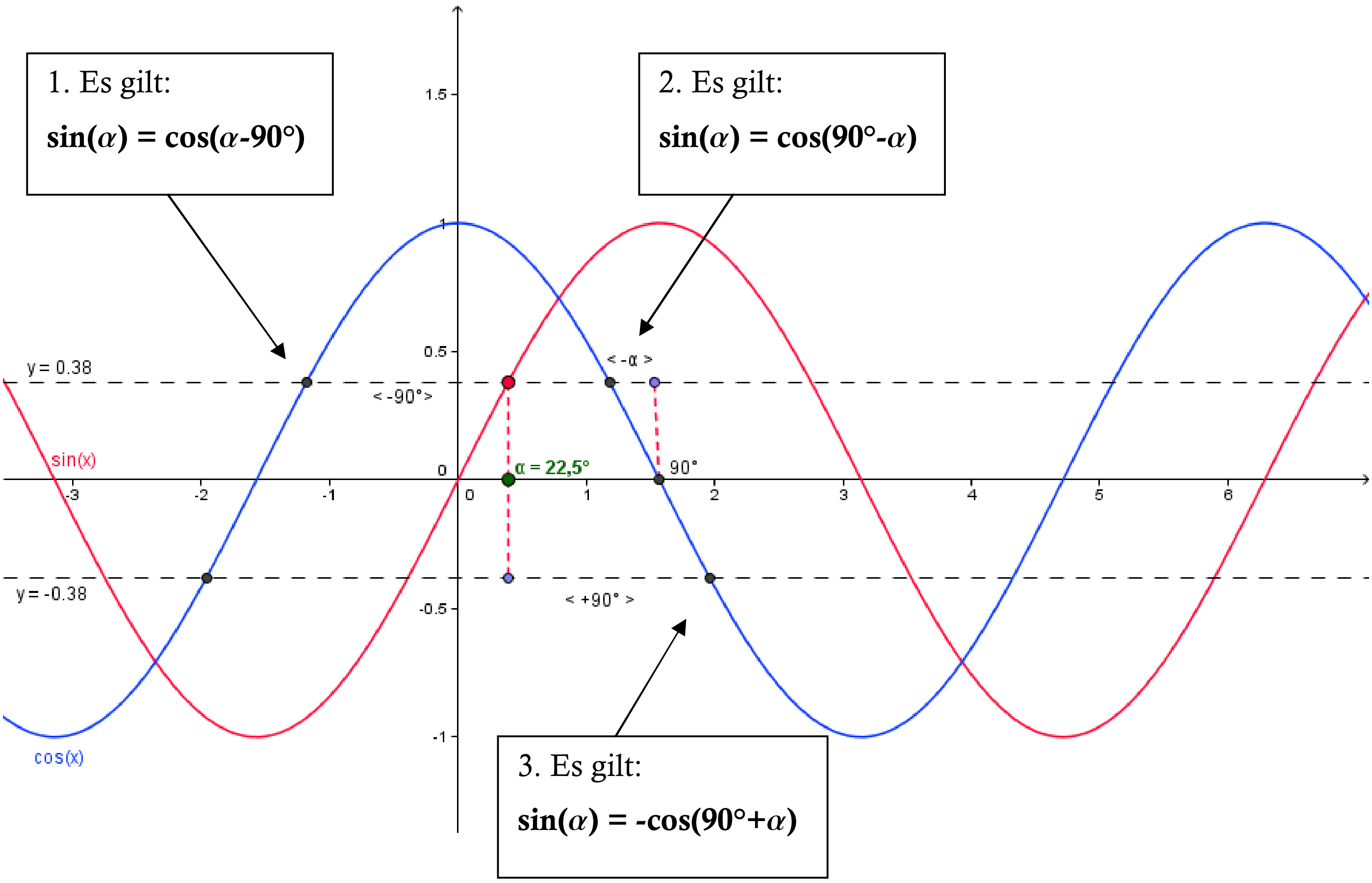
a) sin(115°) b) sin(-270°) c) sin(148°) d) sin(314°)

e) sin(423°) f) sin(-1235°)

Aufgabe: *Verfahre wie zuvor.*

a) cos(100°) b) cos(312°) c) cos(-210°)

c) Zusammenhang zwischen Sinus und Kosinus



Der 1. Zusammenhang drückt letztlich nur die Phasenverschiebung zwischen Sinus und Kosinus aus! Wird die Kosinuswelle um 90° nach rechts verschoben (-90°), so ist sie deckungsgleich mit der Sinuswelle.

Aufgabe: *Wie lässt sich der Kosinus durch den Sinus ausdrücken: cos(α) = …*

____________________ ____________________ ____________________

Aufgabe: *Drücke durch den Kosinus aus. (Vgl. S. 180 Nr.2)*

a) sin(5°) b) sin(-30°) c) sin(225°) d) sin(45°)

Drücke durch den Sinus aus.

a) cos(5°) b) cos(-30°) c) cos(225°)