

Tangente durch Punkt an Funktion

Gegeben: Funktion f , Berührungspunkt $(x_0 | f(x_0))$

Gesucht: Tangente an f durch P

Allg. Geradengleichung: $y = m x + b$ (gilt insbesondere für eine Tangente)

Definition der Ableitung: $m = f'(x_0)$

Da der Berührungspunkt ein Element der Tangente ist, gilt:

$$f(x_0) = f'(x_0) \cdot x_0 + b$$

$$b = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$$

Nach einsetzen von $f'(x)$ und der Lösung für b in die allg. Geradengleichung, folgt:

$$y = \underbrace{f'(x_0)}_m \cdot x + \underbrace{f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0}_b \quad \rightarrow \text{umstellen und } f'(x_0) \text{ ausklammern}$$

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

*Allg. Tangentengleichung
für eine Tangente an f an der Stelle x_0*

Soll von einem Punkt $(x_p | y_p)$ außerhalb von f die Tangente an f gelegt werden, setzt man die Koordinaten von P in die Gleichung ein, lässt die Berührstelle x_0 variabel (da unbekannt) und löst die Gleichung nach x_0 auf:

Für P gilt in Bezug auf die Tangente:

$$y_p = f'(x_0) \cdot (x_p - x_0) + f(x_0)$$

Gleichung umstellen zu: $0 = \text{irgendwas mit } x_0$

\rightarrow Für x_0 lösen.

$\rightarrow x_0$ in die allg. Tangentengleichung einsetzen