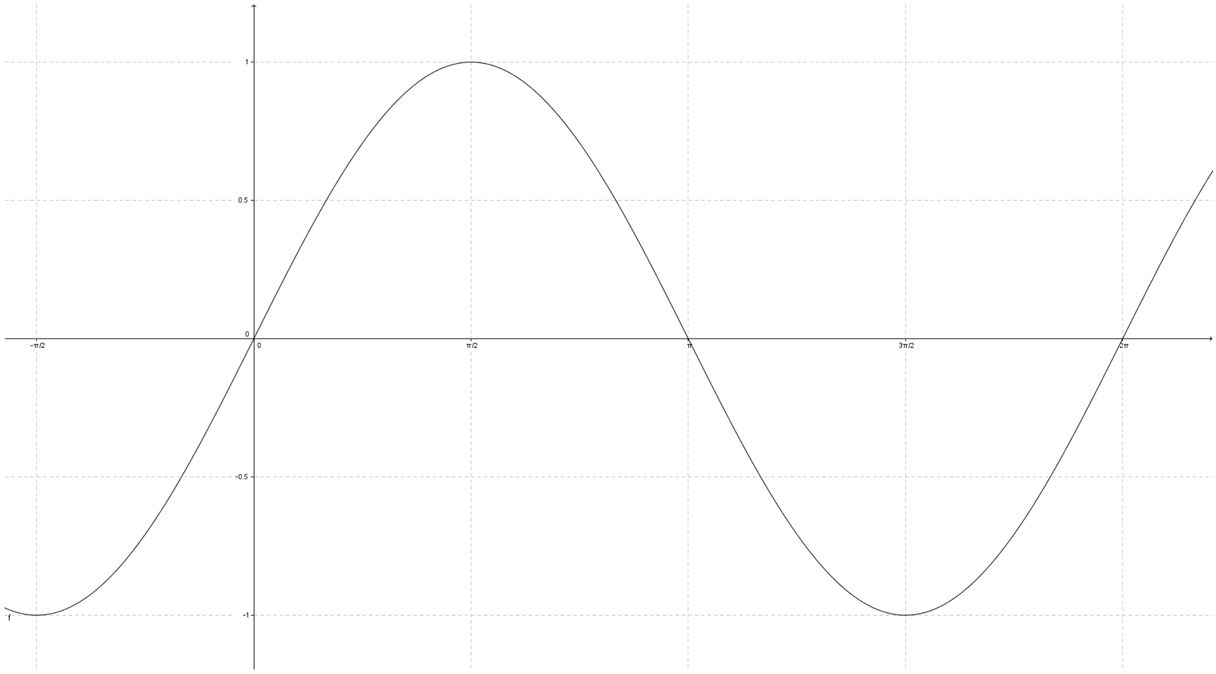
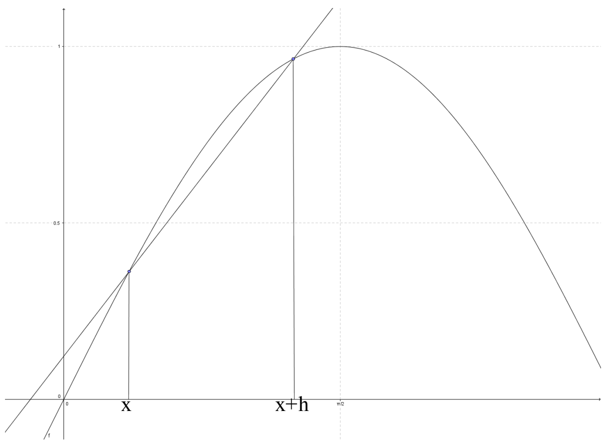
Ableitung der Sinusfunktion

Skizziere den Ableitungsgraph zur Funktion f(x) = sin(x)



Vermutung: $f(x) = \sin(x) \Rightarrow f'(x) = \cos(x)$

Beweis: $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\sin(x+h) - \sin(x)}{h}$

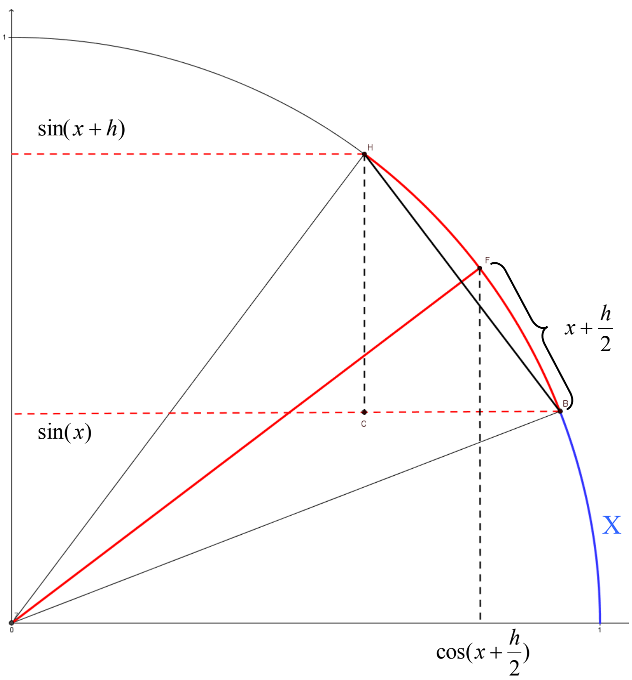


Da Δ(BCH) und Δ(OEF) ähnlich **(*Beweis)** :

$$\frac{|CH|}{|BH|} = \frac{|OE|}{|OF|}$$

Mit $|CH| = \sin(x+h) - \sin(x)$ und

$|OE| = \cos(x + \frac{h}{2})$ und $|OF| = 1$ folgt:



$$\frac{\sin(x+h) - \sin(x)}{|BH|} = \frac{\cos(x + \frac{h}{2})}{1}$$

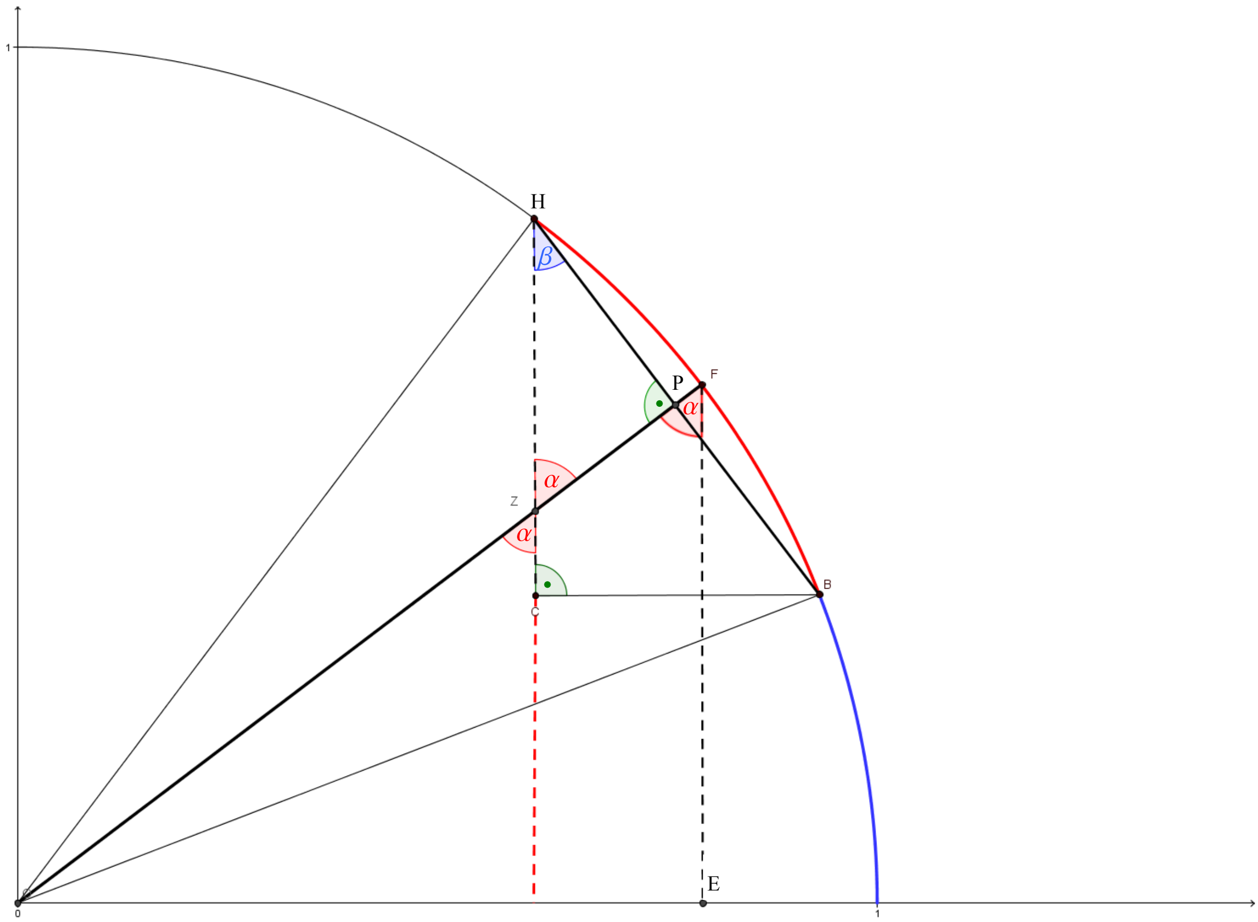
Für ein kleines h > 0 gilt: h ≈ |BH|| (→ Grenzwert)

$$\Rightarrow f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cos(x + \frac{h}{2})}{1}$$

$$= \cos(x)$$

Beweis der Ähnlichkeit:



Beweis der Ähnlichkeit:

1. Winkel bei F sei α.
   ⇒ α auf bei Z (→ Stufen- & Wechselwinkel)

2. Da Δ(PZH) und Δ(BCH) einen rechten Winkel und β gemeinsam haben, besitzt Δ(BCH) auch den Winkel α (bei B).

   ⇒ Δ(BCH) besitzt die selben Winkel wie Δ(OEF).

   ⇒ Δ(BCH) und Δ(OEF) sind ähnlich.