<u>Spurpunkte einer Ebene</u>

Als Spurpunkte bezeichnet man (in diesem Zusammenhang) die Schnittpunkte einer Ebene mit den Koordinatenachsen. Diese lassen sich sehr schnell aus der Koordinatenform bestimmen. Kennt man die Spurpunkte, so kann man anschließend sehr leicht einen Ausschnitt der Ebene in einem Koordinatensystem zeichnen.

Berechnung der Spurpunkte:

Für den Schnittpunkt von E mit der x_1-Achse gilt: $S_1\ (x_1 \mid 0 \mid 0)$

Setzt man diesen Punkt in die Koordinatenform $E: n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 = d$ ein, so reduziert sich diese zu:

$n_1x_1 = d$ Daraus folgt: $x_1 = d : n_1$

Entsprechend gilt für die übrigen Spurpunkte: $x_2 = d : n_2$

$x_3 = d : n_3$

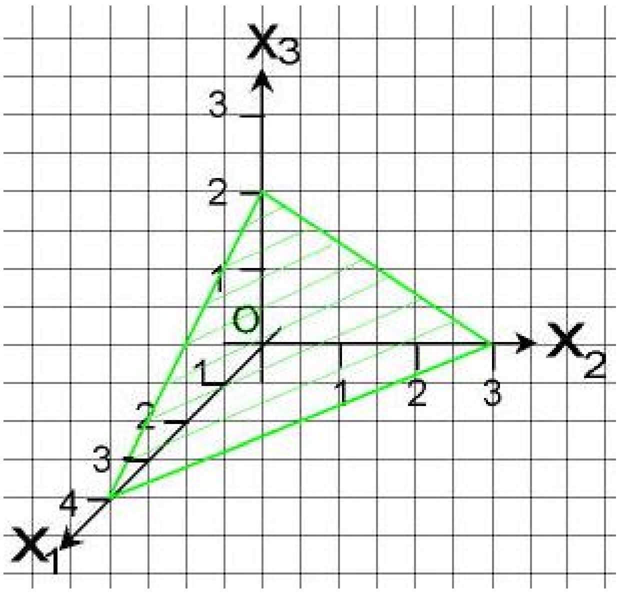
Beispiel: E: $3x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 12$

$x_1 = 12 : 3 = 4$

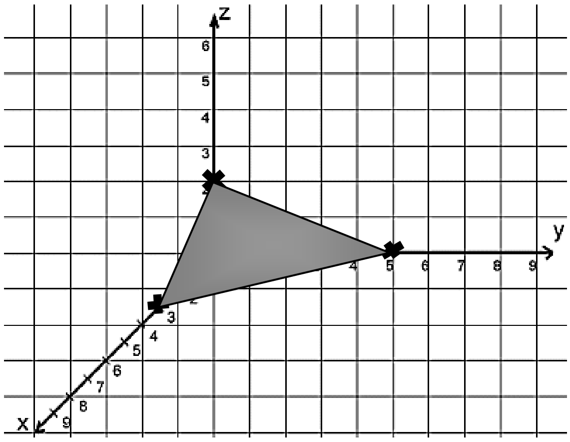
$x_2 = 12 : 4 = 3$

$x_3 = 12 : 6 = 2$

⇒ Skizze der Ebene anfertigen



Hat man die Spurpunkte gegeben, so kann man sehr leicht die entsprechende Ebene in Koordinatenform angeben.



Spurpunkte:

$x_1 = 3$

$x_2 = 5$

$x_3 = 2$

Koordinatenform:

$E: n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 = d$

Den Spurpunkt x_1 konnte man berechnen mittels $d : n_1$. Ebenso lassen sich mit Hilfe der Spurpunkte nun die Koordinaten des Normalenvektors bestimmen:

$d : x_1 = n_1$
$d : x_2 = n_2$
$d : x_3 = n_3$

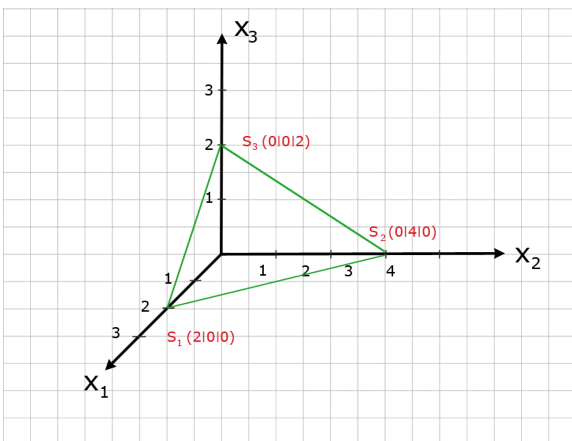
Man hat nun drei Gleichungen, aber vier Unbekannte n_1, n_2, n_3 und d.
Somit kann man eine Unbekannte frei wählen (vgl. Berechnung eines Normalenvektors aus zwei Spannvektoren), sinnvoller Weise d.

Damit man ganzzahlige Werte für den Normalenvektor erhält, sollte d am besten folgende Gestalt haben:

$$d = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

Berechnet man damit nun die Einträge des Normalenvektors, so folgt automatisch

$$n_1 = x_2 \cdot x_3$$
$$n_2 = x_1 \cdot x_3$$
$$n_3 = x_1 \cdot x_2$$



Beispiel: $x_1 = 2$ $x_2 = 4$ $x_3 = 2$

$d = 2 \cdot 4 \cdot 2 = 16$

$n_1 = 4 \cdot 2 = 8$
$n_2 = 2 \cdot 2 = 4$
$n_3 = 2 \cdot 4 = 8$

$\Rightarrow$ E: $8x_1 + 4x_2 + 8x_3 = 16$

oder gekürzt: $E: 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$