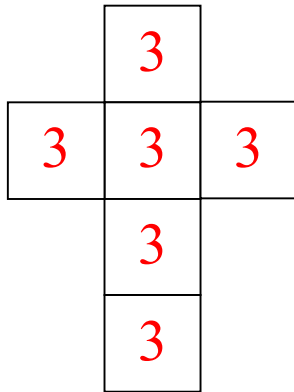


Einer gegen alle

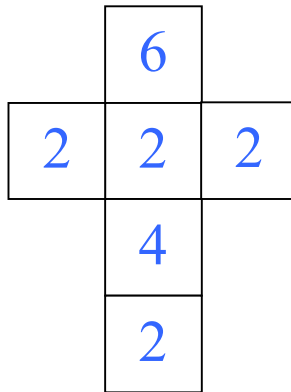
oder: Warum es manchmal besser ist, einer 1:1 – Situation aus dem Weg zu gehen

Gegeben sind drei Würfel, die zum Teil in ihrer Gewichtsverteilung etwas manipuliert wurden, was sich auf die Wahrscheinlichkeit der einzelnen Ziffern auswirkt:



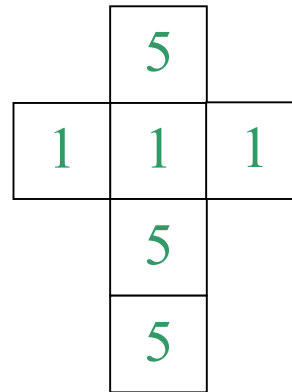
$$p(3) = 1$$

Würfel A



$$\begin{aligned} p(4) &= 0,22 \\ p(6) &= 0,22 \\ p(2) &= 0,56 \end{aligned}$$

Würfel B



$$\begin{aligned} p(1) &= 0,51 \\ p(5) &= 0,49 \end{aligned}$$

Würfel C

In der ersten Spielvariante darf man einen Würfel auswählen. Der Gegenspieler wählt aus den zwei verbliebenen Würfeln. Gewonnen hat, wer die höhere Zahl würfelt.

Wahrscheinlichkeit, dass ein Würfel siegt:

Würfelduell	Wahrscheinlichkeit für gewonnene Duelle des ersten Würfels	Welchen Würfel würde man wählen
A gegen B	$P(3;2) = 1 \cdot 0,56 = 0,56$	Würfel A (56%)
A gegen C	$P(3;1) = 1 \cdot 0,51 = 0,51$	Würfel A (51%)
B gegen C	$\begin{aligned} P(6;1) &= 0,22 \cdot 0,51 = 0,1122 \\ P(6;5) &= 0,22 \cdot 0,49 = 0,1078 \\ P(4;1) &= 0,22 \cdot 0,51 = 0,1122 \\ P(2;1) &= 0,56 \cdot 0,51 = \underline{0,2856} \\ &0,6178 \end{aligned}$	Würfel B (61,78%)

Man erkennt, dass A die besten Chancen im direkten Duell besitzt und C die schlechteste Wahl wäre.

In der zweiten Spielvariante darf man wieder einen Würfel wählen. Der Gegenspieler darf mit den beiden übrigen Würfeln werfen. Die höchste Zahl gewinnt.

⇒ Der Intuition nach würde man auch hier den Würfel A wählen, da dieser sowohl B als auch C der Wahrscheinlichkeit nach überlegen ist.

Hier die Wahrscheinlichkeit bei der jeweiligen Würfelwahl:

<i>Würfelduell</i>	<i>Duelle, die der erste Würfel gewinnt</i>	<i>Siegchance des ersten Würfels</i>
A gegen B und C	$P(3;[2,1])$ $= 1 \cdot 0,56 \cdot 0,51$ $= 0,2856$	A gewinnt mit 28,56%
B gegen A und C	$P(6;[„egal“])$ $= 0,22$ $P(4;[3,1])$ $= 0,22 \cdot 1 \cdot 0,51$ $= 0,1122$ $p(\text{gesamt}) = 0,3322$	B gewinnt mit 33,22%
C gegen A und B	$P(5;[3,2])$ $= 0,49 \cdot 1 \cdot 0,56$ $= 0,2744$ $P(5;[3,4])$ $= 0,49 \cdot 1 \cdot 0,22$ $= 0,1078$ $P(\text{gesamt}) = 0,3822$	C gewinnt mit 38,22%

Die Wahrscheinlichkeiten zeigen:

1. Ein solches Spiel wird man mit egal welchem Würfel vermutlich verlieren.
2. Der vermeintlich „schwächste“ Würfel bietet aber gegenüber dem Verbund der beiden „starken“ Würfel noch die besten Chancen!

Dieses Beispiel ist bekannt als das Blyth-Paradoxon.