<u>Rechnungen am Äquator - unfassbar !</u>

Eine Aufgabe, die man kennt:

Legt man ein Seil um den (idealisierten) Äquator, verlängert dieses um einen Meter und hebt es anschließend gleichmäßig um die Erde herum an, wie viel Platz entsteht dadurch zwischen Seil und Erdoberfläche?

Es ist:

$r = 6371$ km

$\Longrightarrow u_1 = 2 \cdot \pi \cdot r$

$= 2 \cdot \pi \cdot 6371$ km

$= 40030{,}17359$ km

$\Longrightarrow u_2 = u_1 + 0{,}001$ km

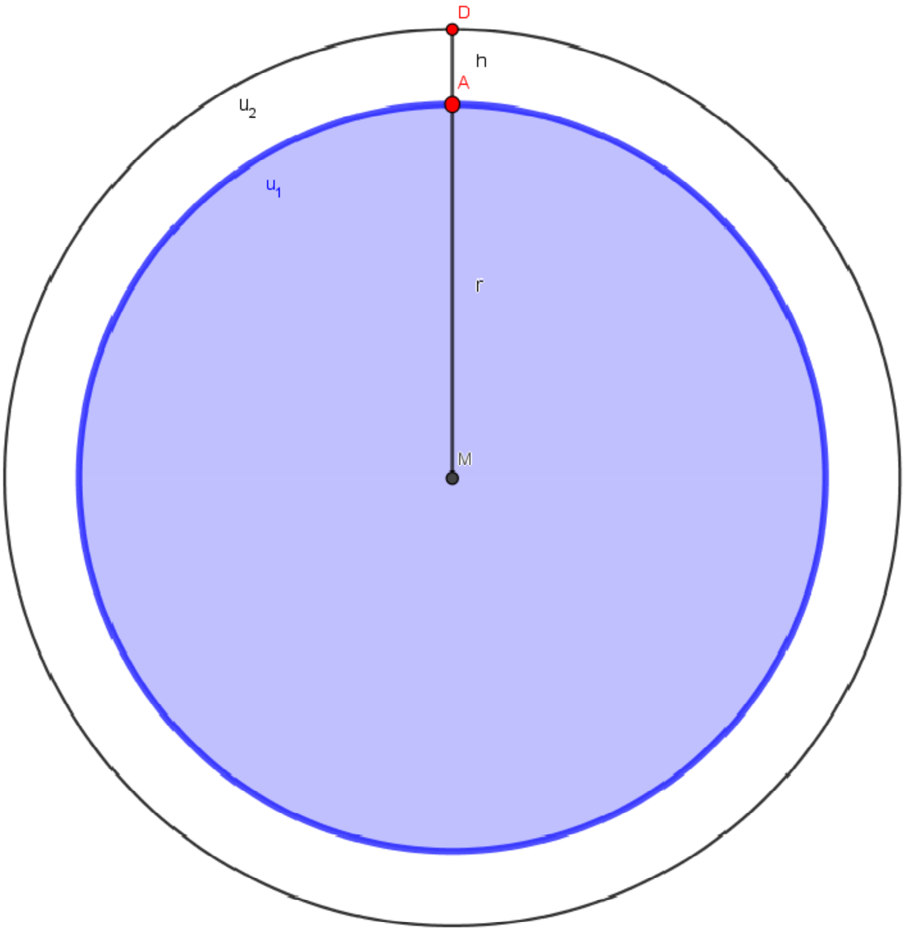
$= 40030{,}17459$ km

Da $u_2 = 2 \cdot \pi \cdot (r + h)$

$\Longrightarrow h = \frac{u_2}{2 \cdot \pi} - r$

$= 0{,}00016$ km

$=$ **16 cm**



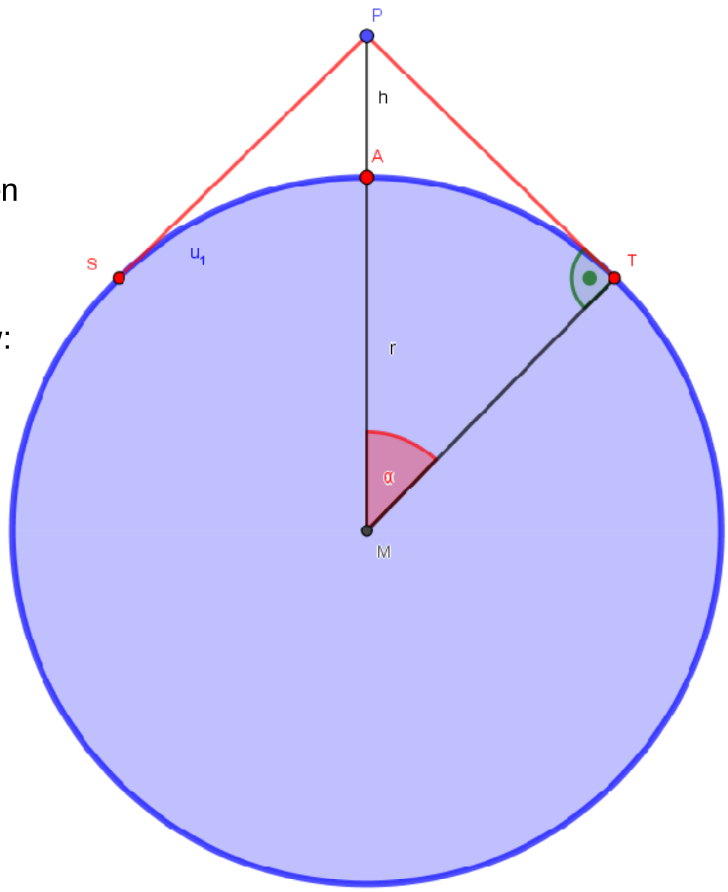
Bei der Verlängerung des Seils um einen Meter, kann man dieses anschließend um 16cm gleichmäßig vom Boden abheben.

Dieses Ergebnis ist durchaus beachtlich. Es geht aber noch "krasser".

Das Seil um einen Meter verlängerte Seil wird nun nicht gleichmäßig angehoben, sondern an einem Punkt gepackt und nach oben gezogen. Wie weit kann man das Seil somit "punktuell" vom Erdboden entfernen?

Es ist:

r = 6371 km   und u_1 = 40030,17359 km



Hebt man das Seil an, so sind die roten Linien Tangenten an die Erdoberfläche und den Punkten S und T.

$\Longrightarrow$ Δ(MTP) ist rechtwinklig. Somit gilt für w:

$$w = r \cdot \tan(\alpha)$$

Für den d Kreisbogen von S nach T gilt:

$$d = u_1 - 2\pi r \cdot \frac{2\alpha}{360^o}$$

Es sei x das Bogenmaß des Winkels α:

$$d = u_1 - 2\pi r \cdot \frac{2x}{2\pi} = u_1 \cdot \frac{2\pi - 2x}{2\pi}$$

Mit einer Seillänge von 40030,17459 km folgt:

$$40030{,}17459 = u_1 \cdot \frac{2\pi - 2x}{2\pi} + 2 \cdot r \cdot \tan(x)$$

Mit den Werten für u_1 und r erhält man eine Gleichung, die sich nur numerisch mit Hilfe eines Computers nach x auflösen lässt:

Für das Bogenmaß des Winkels α gilt: x = 0,00618

Zur Berechnung von h gilt nun:

$$\cos(x) = \frac{r}{r+h} \quad \Longrightarrow \quad h = \frac{r}{cox(x)} - r \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{h \approx 0{,}12166\ km}$$

Das Seil lässt sich an einem Punkt unglaubliche 121,66m vom Erdboden abheben, obwohl es nur um einen Meter verlängert wurde!

Der Grund liegt darin, dass der Erdumfang sehr groß ist, die Erdoberfläche damit relativ flach und somit die Tangentenpunkte S und T weit auseinander liegen. Gibt man dem Seil nun ein wenig mehr Länge, gewinnen die entstehenden Tangenten schnell an Höhe.