Die Normalverteilung

-

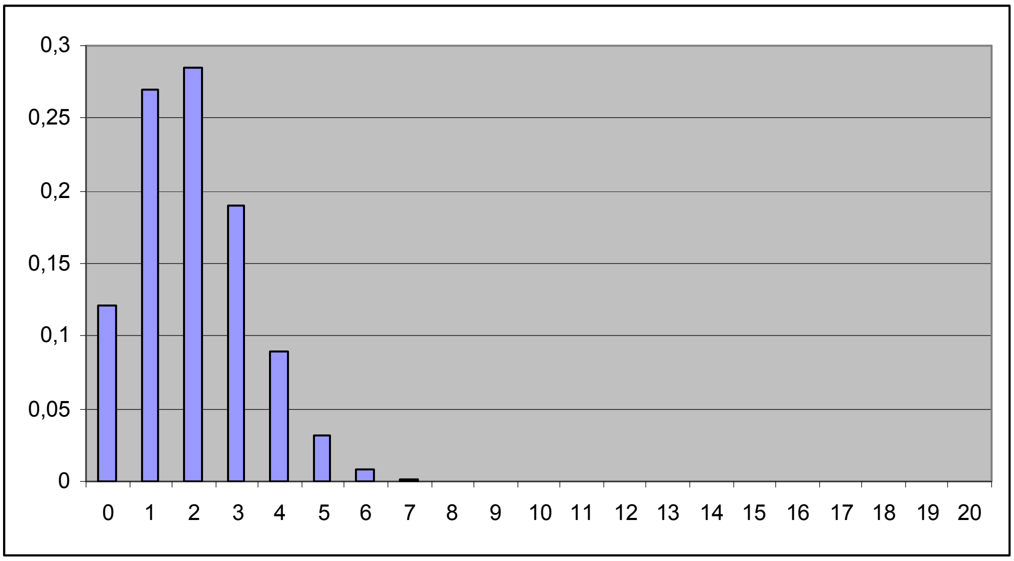
Eine Näherung der Binomialverteilung für große n

Aufgabe: Bei einem neuen Fertigungsverfahren liegt die Fehlerwahrscheinlichkeit für ein Bauteil bei $p = 0{,}1$.
Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass bei $n = 20$ (60, 180) Teilen höchstens 7 einen Fehler aufweisen.

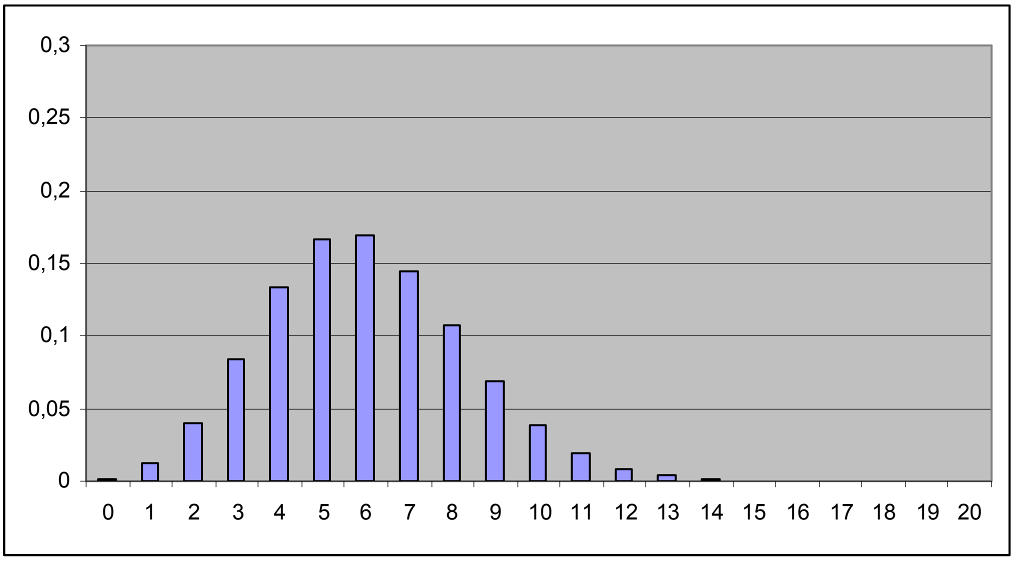
Häufig liegt für eine binomialverteilte Größe keine passende Tabelle vor. Gerade bei großen n (>100) würden diese ohnehin recht groß ausfallen. Man muss somit nach einer neuen Möglichkeit suchen, auch in diesen Fällen auf einfache Art Wahrscheinlichkeiten bestimmen zu können.

Hier die Wahrscheinlichkeits-Verteilungen aus dem Beispiel:

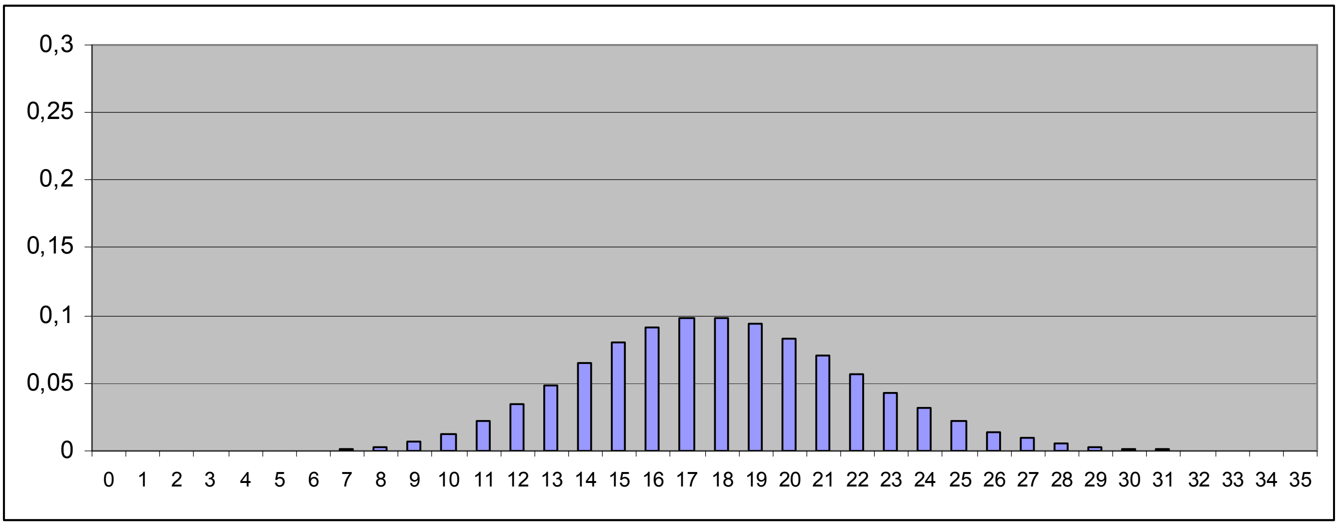
$n = 20$



$n = 60$



n = 180



Hier die zugehörigen Einzelwahrscheinlichkeiten P(X = k):

n=20			n=60			n=180	
0	0,1216		0	0,0018		0	6E-09
1	0,2702		1	0,012		1	1E-07
2	0,2852		2	0,0393		2	1E-06
3	0,1901		3	0,0844		3	8E-06
4	0,0898		4	0,1336		4	4E-05
5	0,0319		5	0,1662		5	0,0001
6	0,0089		6	0,1693		6	0,0005
7	0,002		7	0,1451		7	0,0013
8	0,0004		8	0,1068		8	0,0031
9	5E-05		9	0,0686		9	0,0067
10	6E-06		10	0,0389		10	0,0127
11	7E-07		11	0,0196		11	0,0218
12	5E-08		12	0,0089		12	0,0341
13	4E-09		13	0,0037		13	0,049
14	2E-10		14	0,0014		14	0,0649
15	9E-12		15	0,0005		15	0,0798
16	3E-13		16	0,0001		16	0,0915
17	8E-15		17	4E-05		17	0,098
18	2E-16		18	1E-05		18	0,0987
19	2E-18		19	3E-06		19	0,0935
20	1E-20		20	6E-07		20	0,0836
						21	0,0708
						22	0,0568
						23	0,0434
						24	0,0315
						25	0,0219
						26	0,0145
						27	0,0092
						28	0,0056
						29	0,0032
						30	0,0018
						31	0,001
						32	0,0005
						33	0,0003
						34	0,0001
						35	6E-05

Aufgabe: Welche Veränderungen treten bei den Verteilungen mit wachsendem n ein?

1. ____________________

2. ____________________

3. ____________________

Aufgabe: Bestimme zu jeder Verteilung die Standardabweichung und aus der Tabelle $P(X = \mu)$.
Trage zudem die multiplikative Veränderung von einem zum nächsten Wert ein (2 Kommastellen).

n		σ		**P(X = μ)**	
20					
60					
180					

Man erkennt, dass ____________________

____

____

____

____

____

Um Verteilungen für verschiedene n qualitativ besser vergleichen zu können, muss man die quantitativen Aspekte wie Höhe, Breite und Lage des Erwartungswertes standardisieren:

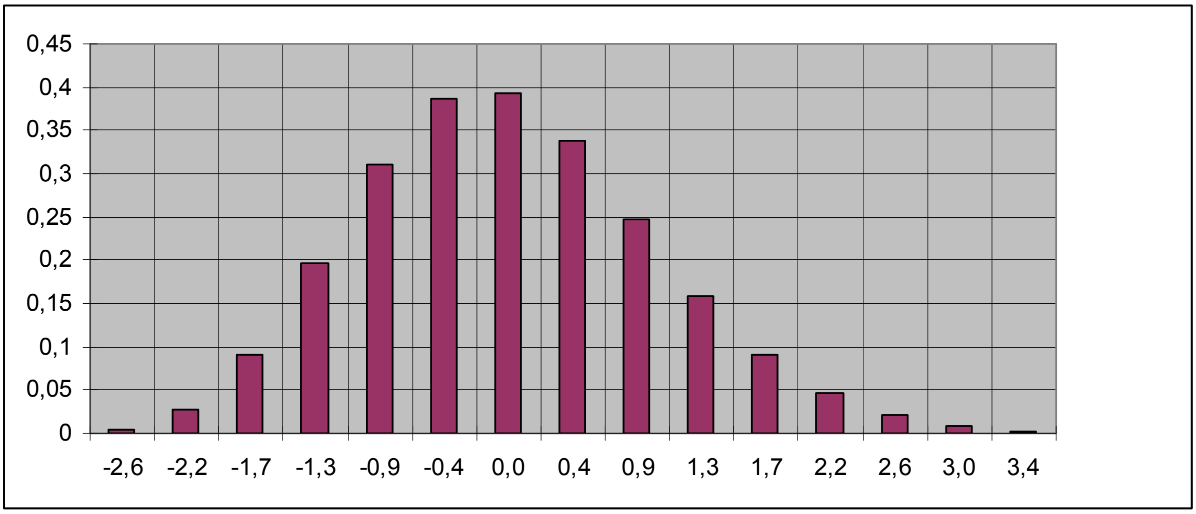
1. μ soll im Ursprung liegen. 2. Breite und Höhe sollen einheitlich werden.

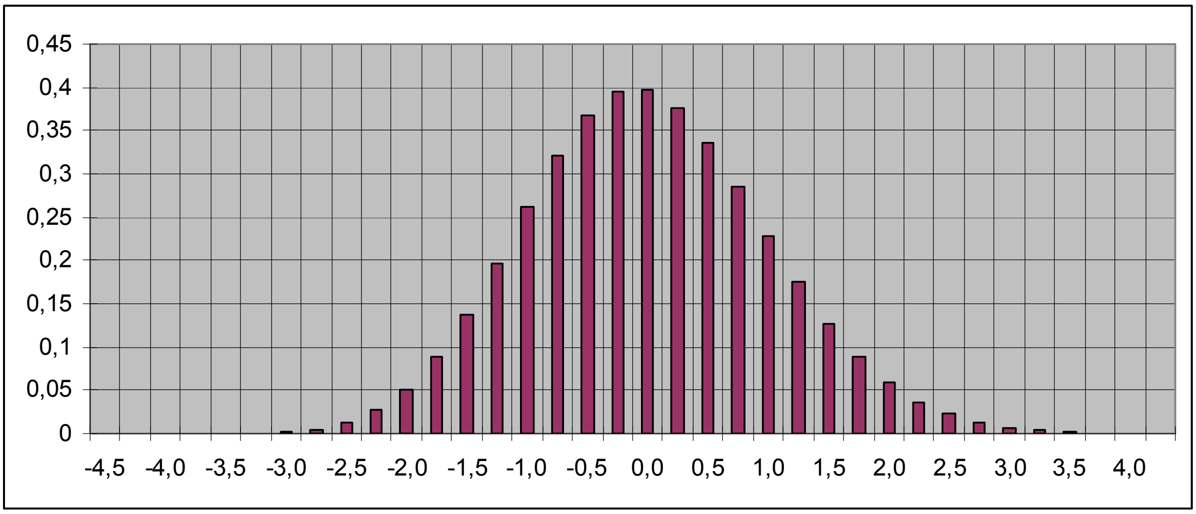
Aufgabe: Überlege, wie die beiden Punkte erfüllt werden können. Die neue Verteilung ist auf x und y definiert. Z.B. soll für $k = \mu$ $x = 0$ folgen.

Für eine Standardisierung gilt die Transformation x =

y =

Hieraus ergibt sich für n = 60 bzw. n = 180 folgende Verteilung:



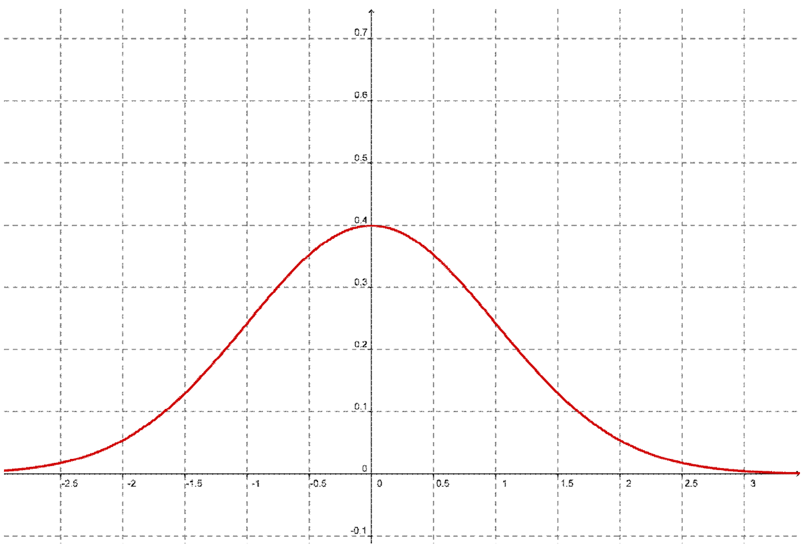


Für noch größere n würde die Verteilung noch feiner. Es existiert ein Grenzwert, der zu folgender Funktion führt:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

(mit e ≈ 2,71)

Mann nennt den Graph <u>„Gauß´sche Glockenkurve“</u> Sie bildet die Wahrscheinlichkeiten der <u>**Normalverteilung**</u> ab.



Man spricht genauer von der <u>Standard</u>-Normalverteilung mit $\mu = 0$ und $\sigma = 1$ (da man durch die Transformation die Abhängigkeit von σ eliminiert hat).