Spielerei mit 3-stelligen Zahlen

Gegeben ist eine beliebige 3-stellige Zahl, wobei sich die 1. Und 3. Ziffer jedoch unterscheiden müssen.
Man vertauscht nun die 1. und 3. Ziffer und zieht die kleiner von der größeren Zahl ab. Man erhält die Differenz.
Vertauscht man bei der Differenz wieder die 1. und 3. Ziffer und bildet von diesen beiden Zahlen die Summe, so erhält man immer 1089.

Beispiel: Die Zahl sei 862. $\longrightarrow$ vertauschen: 268

Bildung der Differenz: 862 – 268 = 594 $\longrightarrow$ vertauschen: 495

Bildung der Summe: 594 + 495 = 1089

Mathematischer Hintergrund:

Führt man den Vorgang an mehreren Beispielen durch, so scheint die Differenz folgende Gesetzmäßigkeit zu erfüllen:

1. Die 2. Ziffer ist immer eine 9.
2. Die 1. und 3. Ziffer ergänzen sich immer zu 9.

Behauptung: Die Differenz hat die Form

$100a + 90 + (9 - a)$ mit $a \in N_0$ und $a \in [0 ; 8]$
$= 100a + 90 + 9 - a$
$= 99a + 99$
$= 99 (a + 1)$ wobei $(a + 1) \in [1 ; 9]$

Beweis: Für die 3-stellige Ziffer gilt:

$100x + 90y + z$ mit oBdA $x > z$
$x \in N$; $y, z \in N_0$
$x \in [1 ; 9]$; $y \in [0 ; 9]$; $z \in [0 ; 8]$

Für die Differenz gilt:

$100x + 90y + z - 100z - 90y - x$
$= 99x - 99z$
$= 99 (x - z)$ wobei $(x - z) \in [1 ; 9]$

q.e.d.

Behauptung: Die Summe hat immer das Ergebnis 1089.

Beweis: $100a + 90 + (9 - a) + 100 (9 - a) + 90 + a$
$= 100a + 90 +9 - a +900 - 100a + 90 + a$
$= 900 + 90 + 90 + 9$
$= 1089$

q.e.d.