Lineare Funktionen

Def: Alle Funktionen mit der Definitionsmenge $\mathbb{R}$ und der Funktionsgleichung

$$f(x) = mx + n$$

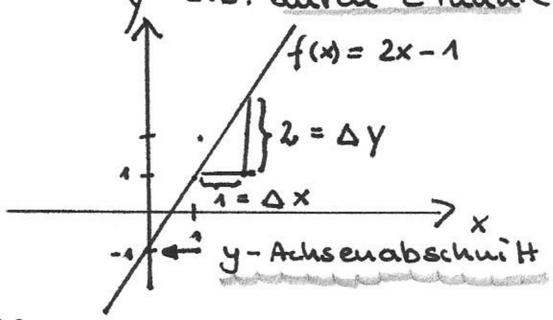
$(m, n \in \mathbb{R})$ heißen Lineare Funktionen

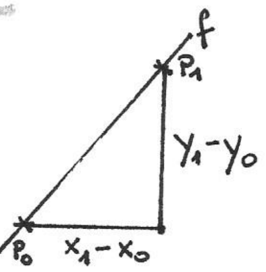
$f(x) = mx + n$ ← y-Achsenabschnitt

↑ Steigung

Graph einer lin. Fkt.

→ Gerade, mit Lineal zu zeichnen z.B. durch 2 Punkte





m Differenzenquotient: $\boxed{m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}$

$m > 0$ → Gerade ↗
$m = 0$ → waagerechte Gerade —
$m < 0$ → Gerade ↘

n y-Achsenabschnitt ≙ Schnittp. auf der y-Achse $f(0) = n \rightarrow P(0|n)$

Punktsteigungsform

geg: m und $P(x_0|y_0)$

$\Rightarrow f(x) = m \cdot (x - x_0) + y_0$

Zweipunkteform

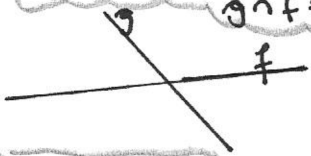
geg.: $P_0(x_0|y_0)$ u. $P_1(x_1|y_1)$

$\Rightarrow m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$

$f(x) = m \cdot (x - x_0) + y_0$

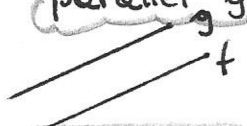
Relative Lage: Zwei Geraden können:

sich schneiden $g \cap f = \{S\}$



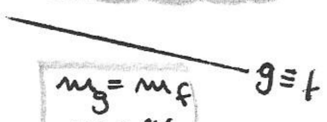
$f(x) = g(x)$
→ Schnittpunkt S

parallel $g \parallel f$



$m_g = m_f$
(Steigungen gleich n verschieden)

identisch $g \equiv f$ (sein)



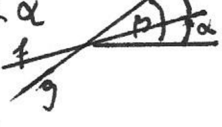
$m_g = m_f$
$n_g = n_f$
(y-Achsenabschnitt n ebenfalls gleich)

Schnittwinkel

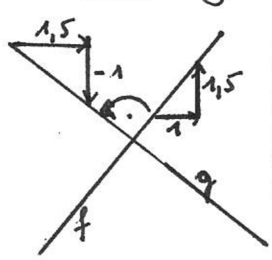
← Schnittwinkel $\gamma \leq 90°$

kleinere der beiden ∢ !

Berechnung aus Steigungs∢ α
$m = \tan\alpha \Leftrightarrow \alpha = \tan^{-1}(m)$
$\gamma = |\beta - \alpha| \vee \gamma = 180° - |\beta - \alpha|$



Orthogonale Geraden



$m_g = -\frac{1}{m_f}$

$m_g \cdot m_f = -1$